

**A 30. Hajós György Országos Matematikaverseny
feladatai**

1. Határozzuk meg $\lg x - \lg y$ értékét, ha x és y olyan pozitív valós számok, melyekre
$$20x^2 - y^2 + 8xy = 0$$
teljesül!

(20 pont)

2. Mutassuk meg, hogy az x -ben harmadfokú $x^3 + px + q = 0$ valós együtthatós egyenletnek
a) mindig van valós megoldása;
b) bármely valós $x = x_0$ megoldásra teljesül a $4qx_0 \leq p^2$ egyenlőtlenség!

(20 pont)

3. Legyen $f(x) = e^{ax} + ce^x$ valós függvény, ahol a és c valós paraméterek! A paraméterek mely értékei esetén lesz a függvénynek lokális szélsőértéke és inflexiós pontja is? A fenti esetekben mikor minimum a lokális szélsőérték, és mikor maximum?

(20 pont)

4. Bizonyítsuk be, hogy ha x, y, z különböző egész számok, akkor

$$\frac{x^{2008}}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^{2008}}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^{2008}}{(z-y)(z-x)}$$

értéke egész szám!

(20 pont)

5. Tekintsük azon téglatesteket, amelyek felszínének és térfogatának aránya 1:4 !
Határozzuk meg ezek közül azt, amelyiknek a legkisebb a térfogata!

(20 pont)

Gyöngyös, 2008. március 28.

Jó munkát kíván a Versenybizottság:

Dr. Csató Sándor

Dr. Obádovics J. Gyula
elnök

Dr. Klincsik Mihály

Dr. Molnár-S. Katalin

Nagy Bálint

Dr. Zoller Vilmos