MŰSZAKI FŐISKOLÁK ORSZÁGOS „HAJÓS GYÖRGY”
MATEMATIKA VERSENYE

VERSENYFELADATOK

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$2^{\frac{3}{2}-|x|} = |x+1| + |x-1|.$$

(15 pont)

2. Egy a élhosszúságú kocka alaplapja az $ABCD$, fedőlapja pedig az $EFGH$ négyzet. (Az A felett van E, B felett F és így tovább.) A kockát elmetszük egy síkkal. A metsző sík illeszkedik az A csúcsra, a BC oldal Y felezőpontjára és a CG oldal C-hez közelebbi X harmadoló pontjára. Határozza meg a két rész térfogatának arányát!

(20 pont)

3. Tekintettünk egy természetes számot. Felírtuk a számjegyeit fordított sorrendbe, és kivontuk a nagyobbikból a kisebbiket. A különbséget megszoroztuk egy tetszőleges, 0-tól különböző természetes számmal. A kapott számban áthúztunk egy 0-tól különböző számjegyet. A maradék számjegyekből kapott csonka szám 20010412, a verseny dátuma. Mi volt az áthúzott számjegy?

(20 pont)

4. Adott 2001 db pozitív egész szám: $a_1; a_2; \ldots; a_{2001}$. Tudjuk, hogy $a_2 > a_1$, és $3 \le n \le 2001$ esetén $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$. Bizonyítsa be, hogy $a_{2001} > 2^{1999}$!

(20 pont)

5. Az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ függvényről tudjuk, hogy $f(x) = a\ln(x^2+b) + c$. A függvény minimális értéke $1 - \ln 2$, és az inflexiós pontokban húzott érintők az origóban merőlegesen metszik egymást. Határozza meg a, b és c értékét!

(25 pont)

Szeged, 2001. április 12.